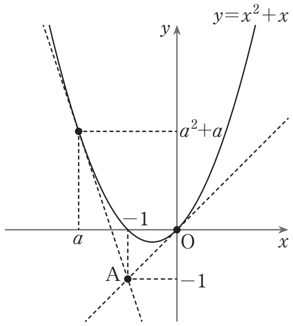
PART2 曲線上にない点から引いた接線

要点① 曲線上にない点から引いた接線の方程式



曲線 $y=x^2+x$ に，点 A$(-1,\ -1)$ から引いた接線の方程式を求める。

$f(x)=x^2+x$ とおくと，$f'(x)=$　　　である。

接点の座標を $(\ ,\ \ \ \ )$ とおくと，接線の傾きは

$f'(\ )=$

である。よって，点 $(a,\ a^2+a)$ における接線の方程式は

$y=\qquad(x-\ )+$

$y=(2a+1)x+(2a+1)\cdot(-a)+a^2+a$

すなわち

$y=(2a+1)x-a^2$ …… ①

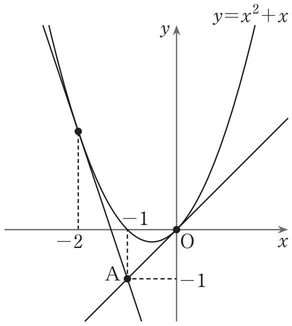
この直線が，　　　　　　　　　　ので

$\qquad=(2a+1)\cdot\qquad-a^2$

$a^2+2a=0$

$a(a+2)=0$

よって　$a=0,\ -2$



この a が接点の x 座標であり，①に代入することで，接線の方程式を求めることができる。

①より

$a=0$ のとき　$y=$

$a=-2$ のとき　$y=$

したがって，求める接線の方程式は

$y=x,\ y=-3x-4$

2 曲線 $y=-x^2-2x-3$ に，点 A(0, 1) から引いた接線の方程式を求めよ。

Point Pickup

曲線上にない点から引いた接線の方程式

グラフ上にない点 A について

・点 A からその曲線に引いた接線の方程式

・曲線の接線の方程式のうち，点 A を通るもの

を求めるときには，接点の x 座標を「a」などの文字でおき，その文字を用いて接線の方程式を表し，接線が点 A を通るときの a を求め，接線の方程式を導く。

第 17 講 PART2 確認問題

1 曲線 $y=x^2-3x+5$ に，点 A$(2,\ -1)$ から引いた接線の方程式を求める。

曲線 $y=x^2-3x+5$ 上の点 $(a,\ a^2-3a+5)$ における接線の方程式は

$$y=(\boxed{\text{ア}}a-3)x-a^2+\boxed{\text{イ}}$$

この直線が点 A$(2,\ -1)$ を通るので，$a=\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}$

（ただし，$\boxed{\text{ウ}}<\boxed{\text{エ}}$ とする）

よって，求める接線の方程式は

$$y=-\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}},\quad y=\boxed{\text{キ}}x-\boxed{\text{クケ}}$$

[MEMO]

PART2 曲線上にない点から引いた接線

2 曲線 $y=-x^2-2x-3$ に，点 A(0, 1) から引いた接線の方程式を求めよ。

[解答]

$f(x)=-x^2-2x-3$ とおくと，$f'(x)=-2x-2$

接点の座標を $(a,\ -a^2-2a-3)$ とおくと，接線の傾きは　$f'(a)=-2a-2$

よって，点 $(a,\ -a^2-2a-3)$ における接線の方程式は

$$y=(-2a-2)(x-a)-a^2-2a-3$$

$$y=(-2a-2)x+(-2a-2)\cdot(-a)-a^2-2a-3$$

すなわち　$y=(-2a-2)x+a^2-3$ …… ①

この直線が，点 A(0, 1) を通るので

$$1=(-2a-2)\cdot 0+a^2-3$$

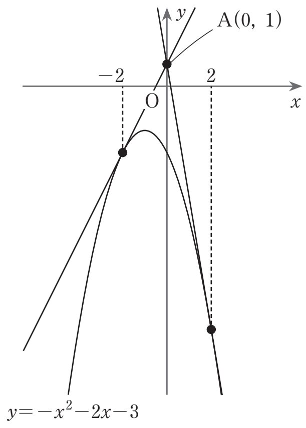
$$a^2=4$$

よって　$a=\pm 2$

①より

$a=-2$ のとき　$y=2x+1$

$a=2$ のとき　$y=-6x+1$



したがって，求める接線の方程式は

$$y=2x+1,\ y=-6x+1$$

第 17 講　PART2 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：2，イ：5，ウ：0，エ：4，オ：3，カ：5，キ：5，クケ：11

[解説]

$f(x)=x^2-3x+5$ とおくと

$f'(x)=2x-3$

接点の座標を $(a,\ a^2-3a+5)$ とおくと，接線の傾きは　$f'(a)=2a-3$

よって，点 $(a,\ a^2-3a+5)$ における接線の方程式は

$y=(2a-3)(x-a)+a^2-3a+5$ [A]

$y=(2a-3)x+(2a-3)\cdot(-a)+a^2-3a+5$

すなわち　$\boldsymbol{y=(2a-3)x-a^2+5}$　……①

この直線が，点 A$(2,\ -1)$ を通るので

$-1=(2a-3)\cdot 2-a^2+5$

$a^2-4a=0$

$a(a-4)=0$

よって　$\boldsymbol{a=0,\ 4}$

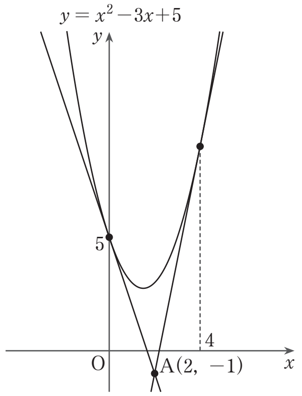
①より

$a=0$ のとき

$\boldsymbol{y=-3x+5}$

$a=4$ のとき

$\boldsymbol{y=5x-11}$



[A]　曲線上にない点 A から引いた接線の方程式
接点の x 座標を「a」などの文字でおき，その文字を用いて接線の方程式を表し，接線が点 A を通るときの a の値を求め，接線の方程式を導く。